

# ANSY

Matthias Thom, Sven Richter

SS 2004

## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Allgemein</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>analytische Lösung</b>	<b>3</b>
2.1	Auflagekräfte . . . . .	3
2.2	Biegemomentverlauf . . . . .	4
2.2.1	$0 < s_1 < L_1$ . . . . .	4
2.2.2	$0 < s_2 < L_2$ . . . . .	5
2.2.3	grafische Dartstellung . . . . .	6
2.3	Spannung . . . . .	6
2.3.1	Bereich 1: $0 < s_1 < L_1$ . . . . .	6
2.3.2	Bereich 2: $0 < s_2 < L_2$ . . . . .	6
2.4	Durchbiegung . . . . .	7
2.4.1	Bereich 2: $0 < s_2 < L_2$ . . . . .	7
2.4.2	größte Durchbiegung: $0 < s_2 < L_2$ . . . . .	7
2.4.3	Bereich 1: $0 < s_1 < L_1$ . . . . .	8
2.4.4	größte Durchbiegung: $0 < s_1 < L_1$ . . . . .	8
<b>3</b>	<b>ANSYS Lösung</b>	<b>10</b>
3.1	Befehlsliste . . . . .	10
3.2	Ergebniswerte . . . . .	12
3.2.1	Auflagekräfte . . . . .	12
3.2.2	Verschiebungen . . . . .	12
3.3	Ergebnisplots . . . . .	13
<b>4</b>	<b>Gegenüberstellung beider Lösungen</b>	<b>20</b>

# 1 Allgemein

Bei beiden Lösungen der analytischen sowie auch der ASYS wurde  $L_3$  ignoriert da an diesem Balken keinerlei Kräfte ansetzen und der Balken selbst als massfrei betrachtet wird. Daher hat er keinerlei Einfluss auf das Ergebnis.

## 2 analytische Lösung

### 2.1 Auflagekräfte

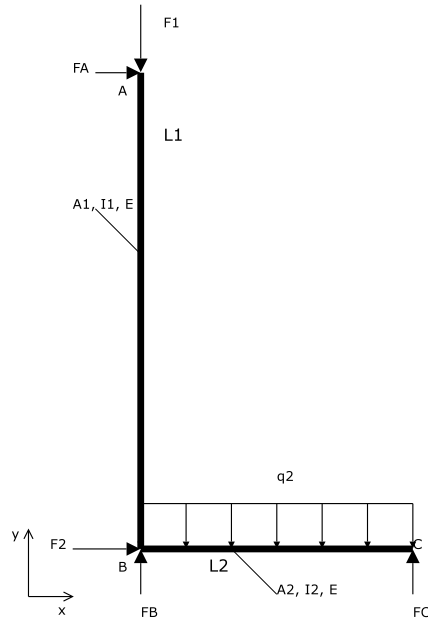


Abbildung 1: Auflagekräfte

$$\rightarrow : 0 = F_A + F_2$$

$$\downarrow : 0 = F_1 - F_B - F_C + q_2 L_2$$

$$\curvearrow_B : 0 = M_b + q_2 \frac{L_2^2}{2} - F_C L_2 + F_A L_1$$

$$\curvearrow_A : 0 = q_2 \frac{L_2^2}{2} - F_C L_2 - F_2 L_1$$

$$\curvearrow_C : 0 = F_B L_2 - q_2 \frac{L_2^2}{2} - F_1 L_2 + F_A L_1$$

$$F_A = -F_2 = \underline{\underline{-200 \text{ N}}}$$

$$F_B = q_2 \frac{L_2}{2} + F_1 + F_2 \frac{L_1}{L_2} = \underline{\underline{493,33 \text{ N}}}$$

$$F_C = q_2 \frac{L_2}{2} - F_2 \frac{L_1}{L_2} = \underline{\underline{-273,33 \text{ N}}}$$

## 2.2 Biegemomentverlauf

### 2.2.1 $0 < s_1 < L_1$

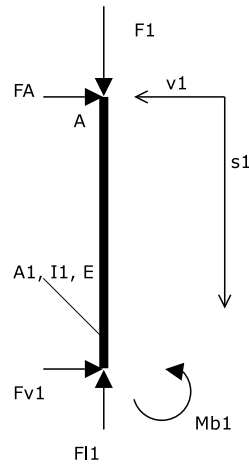


Abbildung 2: Biegemoment ( $0 < s_1 < L_1$ )

$$\begin{aligned} \rightarrow : 0 &= F_A + F_{v1} \\ \downarrow : 0 &= F_1 - F_{l1} \\ \overset{\curvearrowright}{M_{b1}} : 0 &= -M_{b1} + s_1 F_A \end{aligned}$$

$$F_{v1} = -F_A = F_2$$

$$F_{l1} = F_1$$

$$M_{b1} = s_1 F_A = -s_1 F_2$$

$$\begin{aligned} M_{b1}(0) &= \underline{\underline{0 \text{ Nm}}} \\ M_{b1}(L_1) &= -L_1 F_2 = \underline{\underline{-100 \text{ Nm}}} \end{aligned}$$

### 2.2.2 $0 < s_2 < L_2$

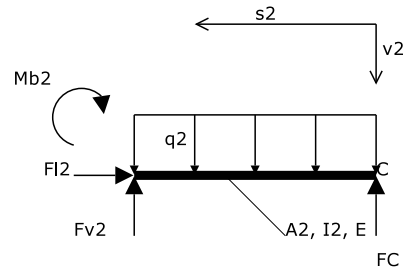


Abbildung 3: Biegemoment ( $0 < s_2 < L_2$ )

$$\begin{aligned} \rightarrow : 0 &= F_{l2} \\ \downarrow : 0 &= q_2 s_2 - F_{v2} - F_C \\ \curvearrowright : 0 &= M_{b2} - s_2 F_C + q_2 \frac{s_2^2}{2} \end{aligned}$$

$$F_{v2} = q_2 s_2 - F_C = q_2 s_2 - q_2 \frac{L_2}{2} + F_2 \frac{L_1}{L_2}$$

$$F_{l2} = 0$$

$$M_{b2} = s_2 F_C - q_2 \frac{s_2^2}{2} = s_2 (q_2 \frac{L_2}{2} - F_2 \frac{L_1}{L_2}) - \frac{q_2}{2} s_2^2 = s_2 q_2 \frac{L_2}{2} - s_2 F_2 \frac{L_1}{L_2} - s_2^2 q_2 \frac{1}{2}$$

$$F_{v2}(0) = -q_2 \frac{L_2}{2} + F_2 \frac{L_1}{L_2} = -F_C = \underline{\underline{273,33 \text{ N}}}$$

$$F_{v2}(L_2) = q_2 \frac{L_2}{2} + F_2 \frac{L_1}{L_2} = \underline{\underline{393,33 \text{ N}}}$$

$$M_{b2}(0) = \underline{\underline{0 \text{ Nm}}}$$

$$M_{b2}(L_2) = -F_2 L_1 = \underline{\underline{-100 \text{ Nm}}}$$

$$M_{b2}(s_{20}) = 0 \rightarrow s_{20} = L_2 - 2 \frac{F_2 L_1}{q_2 L_2} = -1367 \text{ mm} = -1,376 \text{ m} \leftarrow$$

ausserhalb der Grenzen

### 2.2.3 grafische Dartstellung

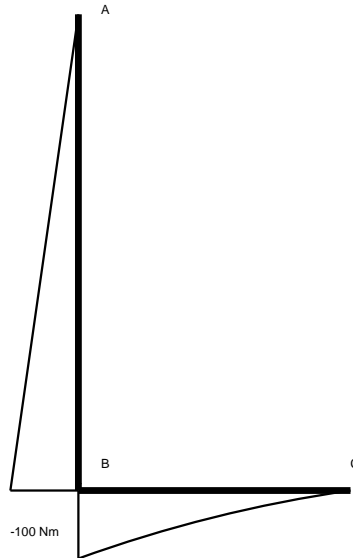


Abbildung 4: Biegemomentverlauf

## 2.3 Spannung

$$\sigma_{zz} = \frac{F_L}{A} + \frac{M_{bx}}{I_{xx}}y$$

### 2.3.1 Bereich 1: $0 < s_1 < L_1$

$$\sigma_{s1}(L_1) = \frac{F_1}{A_1} + \left| \frac{M_{b1}}{I_1} \frac{h_1}{2} \right| = \underline{\underline{3.35 * 10^7 Nm^{-2}}}$$

### 2.3.2 Bereich 2: $0 < s_2 < L_2$

$$\sigma_{s2}(L_2) = \left| \frac{M_{b2}}{I_2} \frac{h_2}{2} \right| = \underline{\underline{5 * 10^7 Nm^{-2}}}$$

## 2.4 Durchbiegung

$$v'' = -\frac{M_b}{EI}$$

### 2.4.1 Bereich 2: $0 < s_2 < L_2$

**Randbedingung:**  $v_2(0) = v_2(L_2) = 0$

$$EI_2 v_2'' = -s_2 q_2 \frac{L_2}{2} + s_2 F_2 \frac{L_1}{L_2} + s_2^2 q_2 \frac{1}{2}$$

$$EI_2 v_2' = -s_2^2 q_2 \frac{L_2}{4} + s_2^2 F_2 \frac{L_1}{2L_2} + s_2^3 q_2 \frac{1}{6} + C_3$$

$$EI_2 v_2 = s_2^3 q_2 \frac{L_2}{12} + s_2^3 F_2 \frac{L_1}{6L_2} + s_2^4 q_2 \frac{1}{24} + C_3 s_2 + C_4$$

$$v_2(0) = 0: \quad EI_2 0 = C_4 \rightarrow \underline{C_4 = 0}$$

$$v_2(L_2) = 0: \quad EI_2 0 = -L_2^4 q_2 \frac{1}{24} + L_2^2 F_2 \frac{L_1}{6} + C_3 L_2$$

$$\rightarrow \underline{C_3 = L_2^3 q_2 \frac{1}{24} - L_2 F_2 \frac{L_1}{6}}$$

$$v_2 = \frac{-s_2^3 q_2 \frac{L_2}{12} + s_2^3 F_2 \frac{L_1}{6L_2} + s_2^4 q_2 \frac{1}{24} + s_2 (L_2^3 q_2 \frac{1}{24} - L_2 F_2 \frac{L_1}{6})}{EI_2}$$

$$\underline{\underline{\varphi_2 = v_2' = \frac{-s_2^2 q_2 \frac{L_2}{4} + s_2^2 F_2 \frac{L_1}{2L_2} + s_2^3 q_2 \frac{1}{6} + (L_2^3 q_2 \frac{1}{24} - L_2 F_2 \frac{L_1}{6})}{EI_2}}}$$

### 2.4.2 größte Durchbiegung: $0 < s_2 < L_2$

**Grenzen:**  $v_2(0) = \underline{0 \text{ m}}$   $v_2(L_2) = \underline{0 \text{ m}}$

**Extremwerte:**  $0 = v_2' = \frac{-s_2^2 q_2 \frac{L_2}{4} + s_2^2 F_2 \frac{L_1}{2L_2} + s_2^3 q_2 \frac{1}{6} + (L_2^3 q_2 \frac{1}{24} - L_2 F_2 \frac{L_1}{6})}{EI_2}$

$$0 = -s_{2ex}^2 q_2 \frac{L_2}{4} + s_{2ex}^2 F_2 \frac{L_1}{2L_2} + s_{2ex}^3 q_2 \frac{1}{6} + (L_2^3 q_2 \frac{1}{24} - L_2 F_2 \frac{L_1}{6})$$

$$s_{2ex1} = 175,14 \text{ mm} \rightarrow \underline{v_2(175,14 \text{ mm}) = 0,1277 * 10^{-3} \text{ m}}$$

$$s_{2ex2} = -191,64 \text{ mm} \leftarrow \text{ausserhalb der Grenzen}$$

$$s_{2ex3} = -2033,5 \text{ mm} \leftarrow \text{ausserhalb der Grenzen}$$

### 2.4.3 Bereich 1: $0 < s_1 < L_1$

**Randbedingung:**  $v_1(0) = 0 \quad v_1'(L_1) = \varphi_1(L_1) = -\varphi_2(L_2) = -v_2'(L_2)$

$$v_1'' = -\frac{M_{b1}}{EI_1} = \frac{s_1 F_2}{EI_1}$$

$$\varphi_1 = v_1' = \frac{F_2}{2EI_1} s_1^2 + C_1$$

$$v_1 = \frac{F_2}{6EI_1} s_1^3 + C_1 s_1 + C_2$$

$$v_1(0) = 0: \quad v_1(0) = 0 \rightarrow \underline{C_2 = 0}$$

$$\begin{aligned} \varphi_1(L_1) = -\varphi_2(L_2): \quad v_1'(L_1) &= \frac{F_2}{2EI_1} s_1^2 + C_1 = -v_2'(L_2) \\ \rightarrow \underline{C_1} &= \underline{\frac{L_2^3 q_2 \frac{1}{24} - L_2 F_2 \frac{L_1}{3}}{EI_2} - \frac{F_2}{2EI_1} L_1^2} \end{aligned}$$

$$\underline{v_1} = \underline{\frac{F_2}{6EI_1} s_1^3 + s_1 \frac{L_2^3 q_2 \frac{1}{24} - L_2 F_2 \frac{L_1}{3}}{EI_2} - s_1 \frac{F_2}{2EI_1} L_1^2}$$

$$\underline{\varphi_1 = v_1'} = \underline{\frac{F_2}{2EI_1} s_1^2 + \frac{L_2^3 q_2 \frac{1}{24} - L_2 F_2 \frac{L_1}{3}}{EI_2} - \frac{F_2}{2EI_1} L_1^2}$$

### 2.4.4 größte Durchbiegung: $0 < s_1 < L_1$

**Grenzen:**  $v_1(0) = 0 \text{ m} \quad \underline{v_1(L_1) = -2,0187 * 10^{-3} \text{ m}}$

**Extremwerte:**  $0 = v_1' = \frac{F_2}{2EI_1} s_1^2 + \frac{L_2^3 q_2 \frac{1}{24} - L_2 F_2 \frac{L_1}{3}}{EI_2} - \frac{F_2}{2EI_1} L_1^2$

$$0 = \frac{F_2}{2EI_1} s_{1ex}^2 + \frac{L_2^3 q_2 \frac{1}{24} - L_2 F_2 \frac{L_1}{3}}{EI_2} - \frac{F_2}{2EI_1} L_1^2$$



$s_{1ex1} = 552.15 \text{ mm} \leftarrow$  ausserhalb der Grenzen

$s_{1ex2} = -552.15 \text{ mm} \leftarrow$  ausserhalb der Grenzen

## 3 ANSYS Lösung

### 3.1 Befehlsliste

```
*SET,L1,0.5
  *SET,L2,0.3
  *SET,L3,0.3
  *SET,h1,0.03
  *SET,h2,0.02
  *SET,A1,6e-4
  *SET,A2,6e-4
  *SET,I1,4.5e-8
  *SET,I2,2e-8
  *SET,q2,0.4e3
  *SET,F1,100
  *SET,F2,200
  *SET,emodul,2.1e11
  *SET,v,0.3
  *SET,x1,0.015
  *SET,x2,0.01
/prep7
/title, doppelt abgewinkelter Balken
et, 1, beam3
mp,ex,1,emodul
mp,gxy,1,emodul/2.6
et,2,beam3
mp,gxy,2,emodul/2.6
mp,ex,2,emodul
k,1
k,10,0,L1
k,16,L2,0
r,1,A1,I1,2*X1
r,2,A2,I2,2*X2
l,1,10
l,1,16
mat,1
real,1
lsel,s,,1,1
```

```
lmesh,all
allsel
mat,2
real,2
lsel,s,,2,2
lmesh,all
fini
/solu
antype,static,new
dk,1,uy
dk,16,uy
dk,10,ux
lsel,s,line,,2,,1
sfbeam,all,1,pres,q2
lsel,s,line,,all,,1
fk,10,fy,-F1
fk,1,fx,F2
gplot
solve
Fini
/POST1
set
/pbc,u,,1
/pbc,cp,,1
/pbc,rfor,,1
/pbc,force,,1
etable,fi,smisc,1
etable,flj,smisc,7
etable,fqi,smisc,2
etable,fqj,smisc,8
etable,mi,smisc,6
etable,mj,smisc,12
etable,smaxi,nmisc,1
etable,smaxj,nmisc,3
prrsol,f
/input,term
ppls,mi,mj
/input,term
```

p11s,smaxi,smaxj  
/input,term  
p1disp,2

## 3.2 Ergebnisswerte

### 3.2.1 Auflagekräfte

PRINT F REACTION SOLUTIONS PER NODE

\*\*\*\*\* POST1 TOTAL REACTION SOLUTION LISTING \*\*\*\*\*

LOAD STEP= 1 SUBSTEP= 1  
TIME= 1.0000 LOAD CASE= 0

THE FOLLOWING X,Y,Z SOLUTIONS ARE IN GLOBAL COORDINATES

NODE	FX	FY
1		493.33
2	-200.00	
6		-273.33

TOTAL VALUES  
VALUE -200.00 220.00

### 3.2.2 Verschiebungen

PRINT U NODAL SOLUTION PER NODE

\*\*\*\*\* POST1 NODAL DEGREE OF FREEDOM LISTING \*\*\*\*\*

LOAD STEP= 1 SUBSTEP= 1  
TIME= 1.0000 LOAD CASE= 0

THE FOLLOWING DEGREE OF FREEDOM RESULTS ARE IN GLOBAL COORDINATES

NODE	UX	UY	UZ	USUM
1	0.20187E-02	0.0000	0.0000	0.20187E-02
2	0.0000	-0.39683E-06	0.0000	0.39683E-06
3	0.17577E-02	-0.75471E-07	0.0000	0.17577E-02
4	0.13493E-02	-0.16495E-06	0.0000	0.13493E-02
5	0.76561E-03	-0.27104E-06	0.0000	0.76561E-03
6	0.20187E-02	0.0000	0.0000	0.20187E-02
7	0.20187E-02	0.12354E-03	0.0000	0.20225E-02
8	0.20187E-02	0.97090E-04	0.0000	0.20211E-02

MAXIMUM ABSOLUTE VALUES

NODE	6	7	0	7
VALUE	0.20187E-02	0.12354E-03	0.0000	0.20225E-02

### 3.3 Ergebnisplots

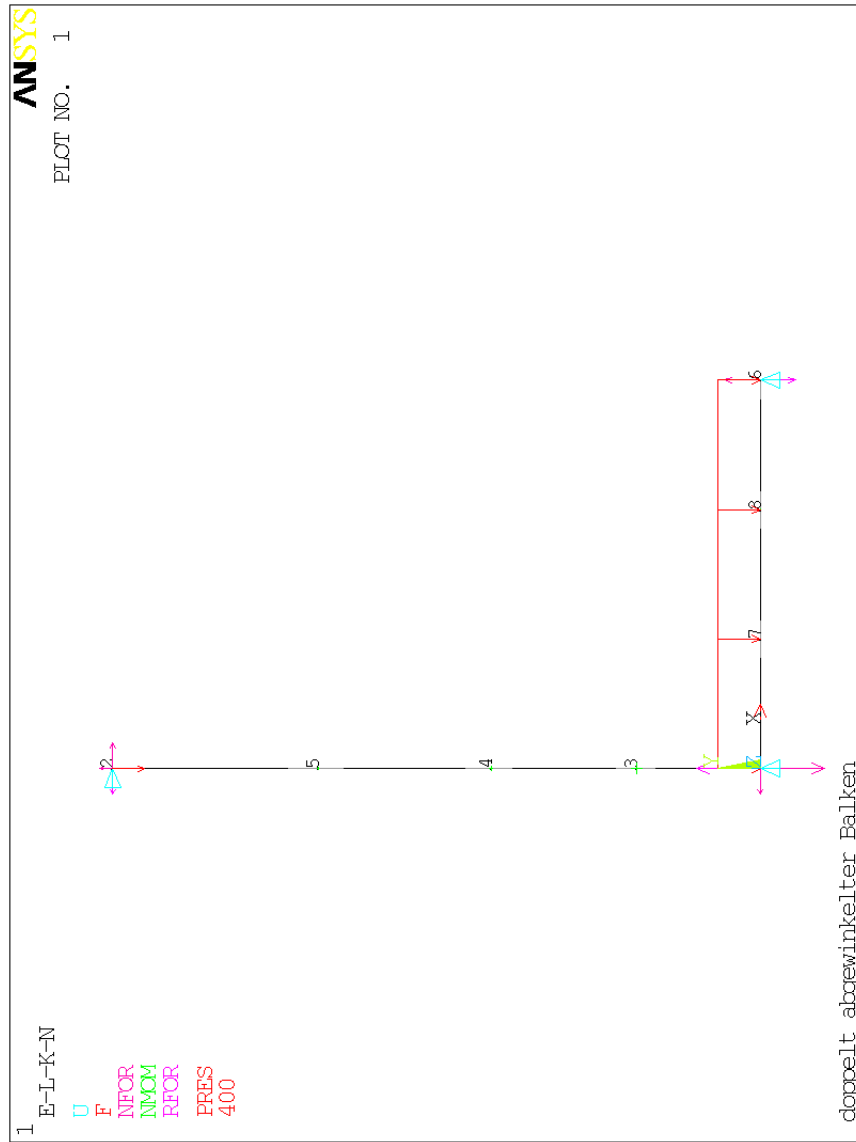


Abbildung 5: Modell

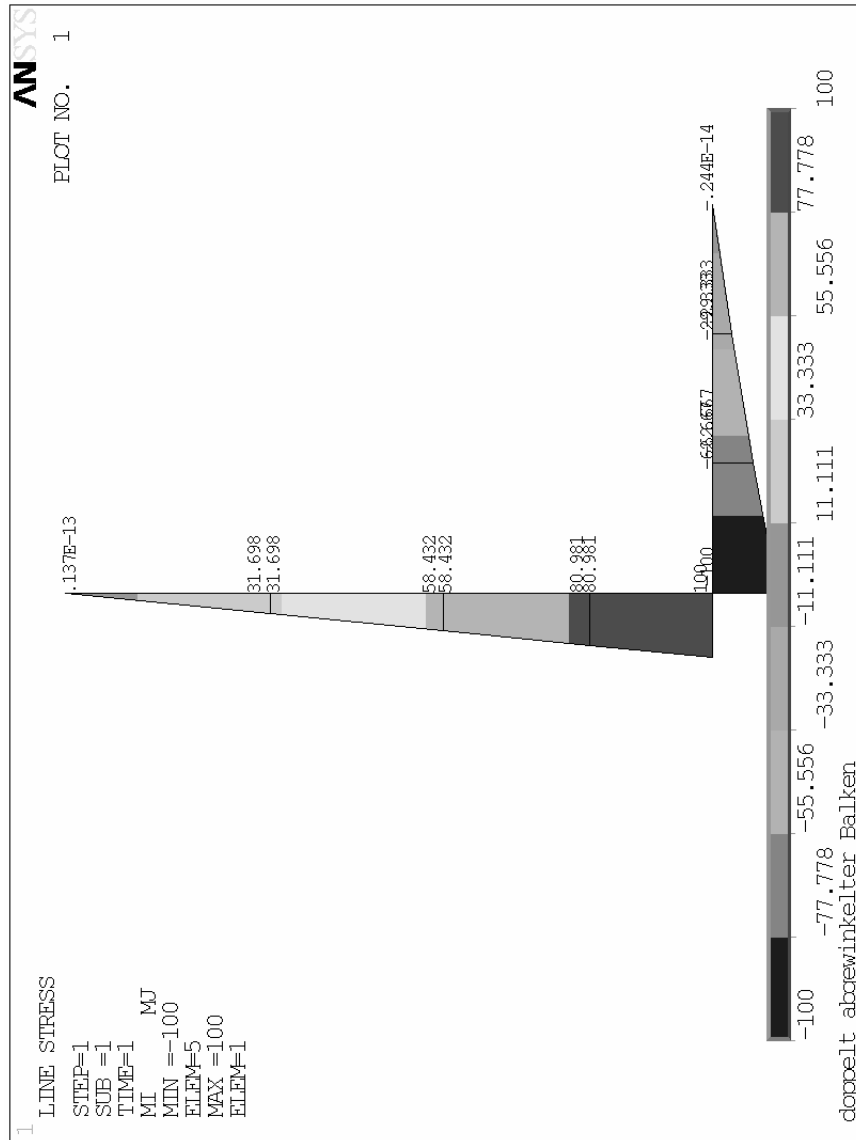


Abbildung 6: Biegemomentverlauf gesamtes Modell

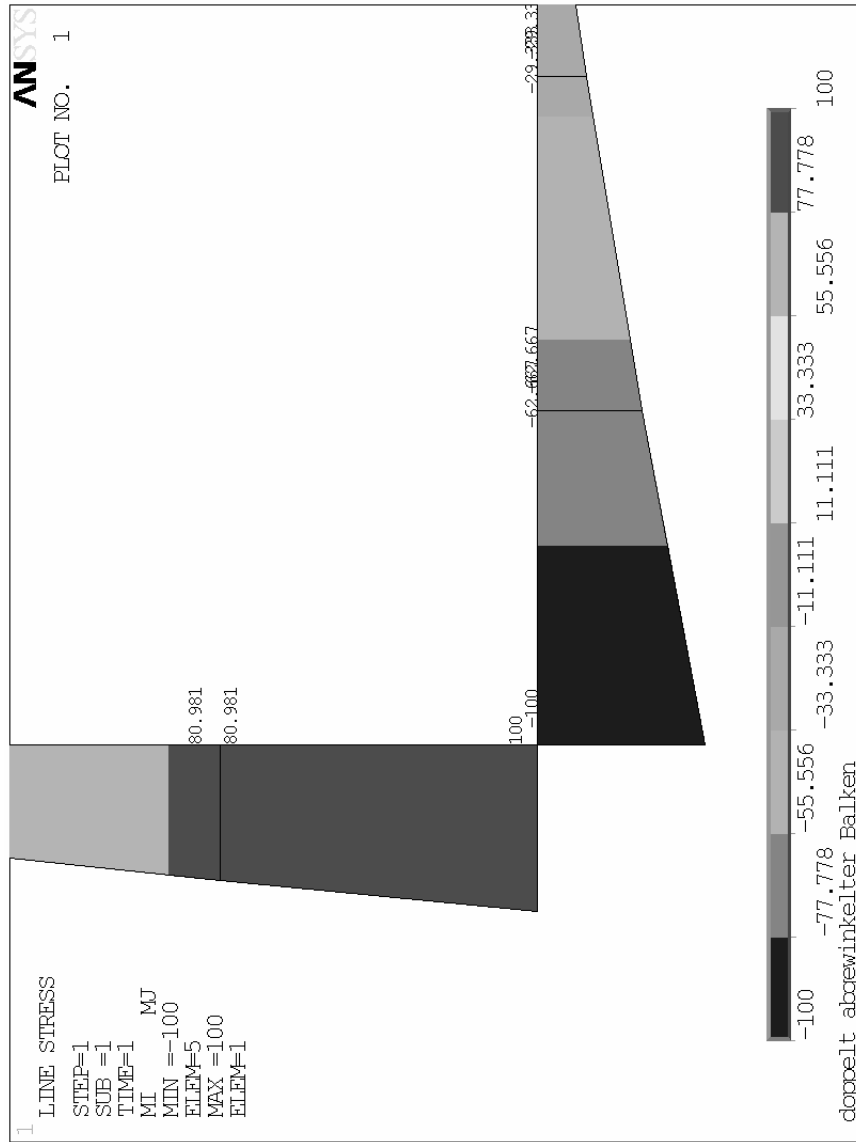


Abbildung 7: Biegemomentverlauf Ausschnitt



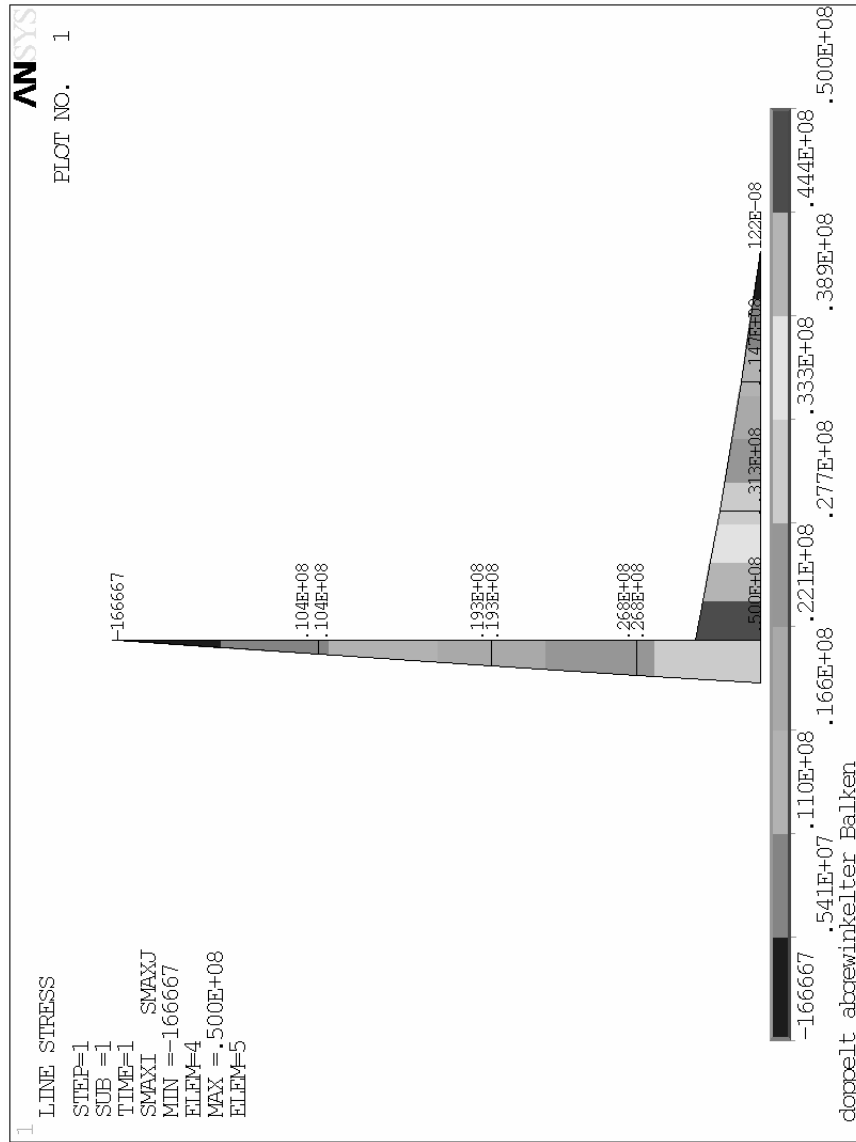


Abbildung 8: Spannungsverlauf gesamtes Modell

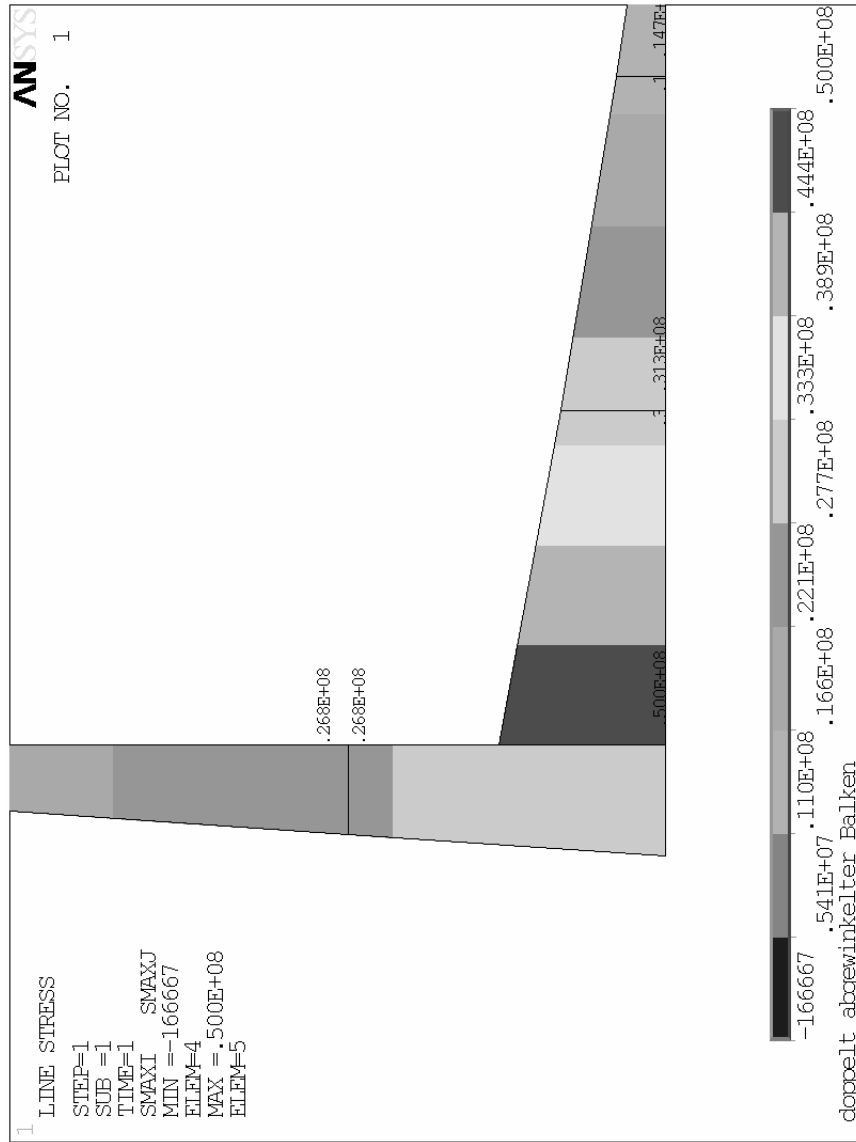


Abbildung 9: Spannungsverlauf Ausschnitt

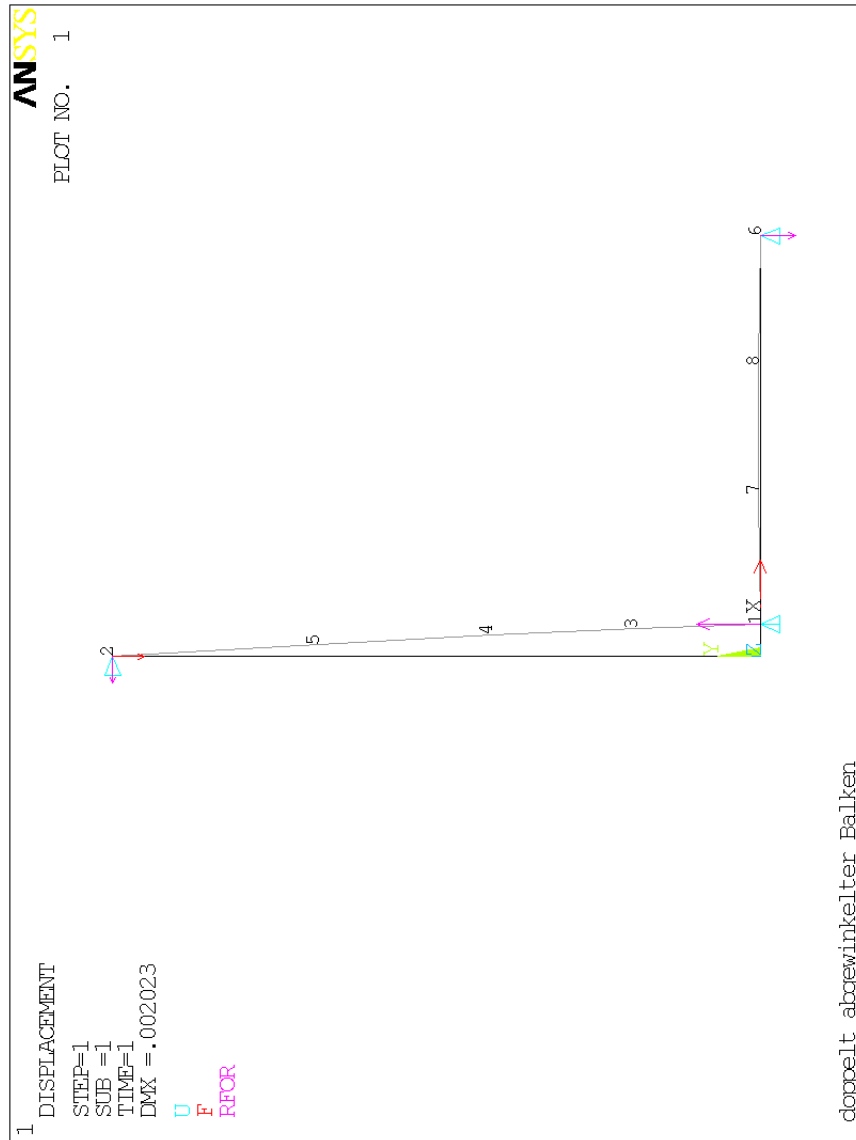


Abbildung 10: Biegelinie

## 4 Gegenüberstellung beider Lösungen

Wert	analytisch (lokal)	analytisch (global)	ANSYS
Auflagekräfte			
$F_A$	-200N	-200N	-200,00N
$F_B$	493,33N	493,33N	493,33N
$F_C$	-273,33N	-273,33N	-273,33N
Biegemomente			
$M_{b1}(L_1)$	-100Nm	100Nm	100Nm
$M_{b2}(L_2)$	-100Nm	-100Nm	-100Nm
Spannungen			
$\sigma_2(L_2)$	$5,0 * 10^7 \text{ Nm}^{-2}$	$5,0 * 10^7 \text{ Nm}^{-2}$	$5,0 * 10^7 \text{ Nm}^{-2}$
Verschiebungen			
$v_1(L_1)$	-2,02 mm	2,02mm	2,02mm

Es entstanden keine signifikanten Abweichungen zwischen den Werten der analytischen und numerischen Lösung.